МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ государственное БЮДЖЕТНОЕ

образовательное учреждение

высшего образования

«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Кафедра вычислительной техники

**РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА**

**по дисциплине: «***Теория принятия решений***»**

**Вариант № 47**

**Категория 2**

Выполнил:Проверил:

Студент гр. *АВТ-709*, *АВТФ* *К.т.н., доцент*

*Гунгер А.К. Казанская О. В.*

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_ 2020 г.«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_ 2020 г.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(подпись) (подпись)

Новосибирск, 2020

**Реферат**

Объем работы – 19 стр., в том числе рисунков - 4, таблиц - 24, лит. источников - 1.

Ключевые слова: Метод ветвей и границ, Задача целочисленного линейного программирования, Excel, Решение антагонистических игр, ЛП, графический метод решения задач ЛП, Симплекс метод.

Расчетно-графическая работа посвящена решению двух видов задач.

**Оглавление**

[**1.** **Введение** 4](#_Toc25683954)

[1.1. Цели работы 4](#_Toc25683955)

[**2.** **Задача целочисленного линейного программирования (ЦЛП)** 4](#_Toc25683956)

[2.1. Исходные данные 4](#_Toc25683957)

[2.2. Графический метод 5](#_Toc25683958)

[2.3. Метод ветвей и границ 6](#_Toc25683959)

[2.5. Метод Excel 20](#_Toc25683960)

[2.6. Сравнение ответов 21](#_Toc25683961)

[**3.** **Задача теории антагонистических игр** 22](#_Toc25683962)

[3.1. Исходные данные 22](#_Toc25683963)

[3.2. Чистая стратегия 22](#_Toc25683964)

[3.3. Графический метод 23](#_Toc25683965)

[**4.** **Сведение к задаче линейного программирования** 26](#_Toc25683966)

[4.1. Игрок «А» 26](#_Toc25683967)

[4.2. Игрок «В» 26](#_Toc25683968)

[**5.** **Симплекс метод** 27](#_Toc25683969)

[5.1. Решение симплекс методом для игрока “A” 27](#_Toc25683970)

[5.2. Решение симплекс методом для игрока “В”: 29](#_Toc25683971)

[**6.** **Вывод** 30](#_Toc25683972)

[**7.** **Список литературы** 31](#_Toc25683973)

# **Введение**

## Цели работы

1. Решить задачу ЦЛП
   1. Графическим методом
   2. Методом ветвей и границ
   3. В программной среде Excel
2. Решить задачу теории антагонистических игр
   1. В чистых стратегиях
   2. Графическим методом
   3. Симплекс методом

# **Задача целочисленного линейного программирования (ЦЛП)**

## Исходные данные

Задача ЦЛП варианта 47:

Z = 14x1 + 17x2

*(1)*

*(2)*

*(3)*

*(4)*

## Графический метод

Для графического метода построим D (ОДР) задачи, а также вектор и линию уровня.

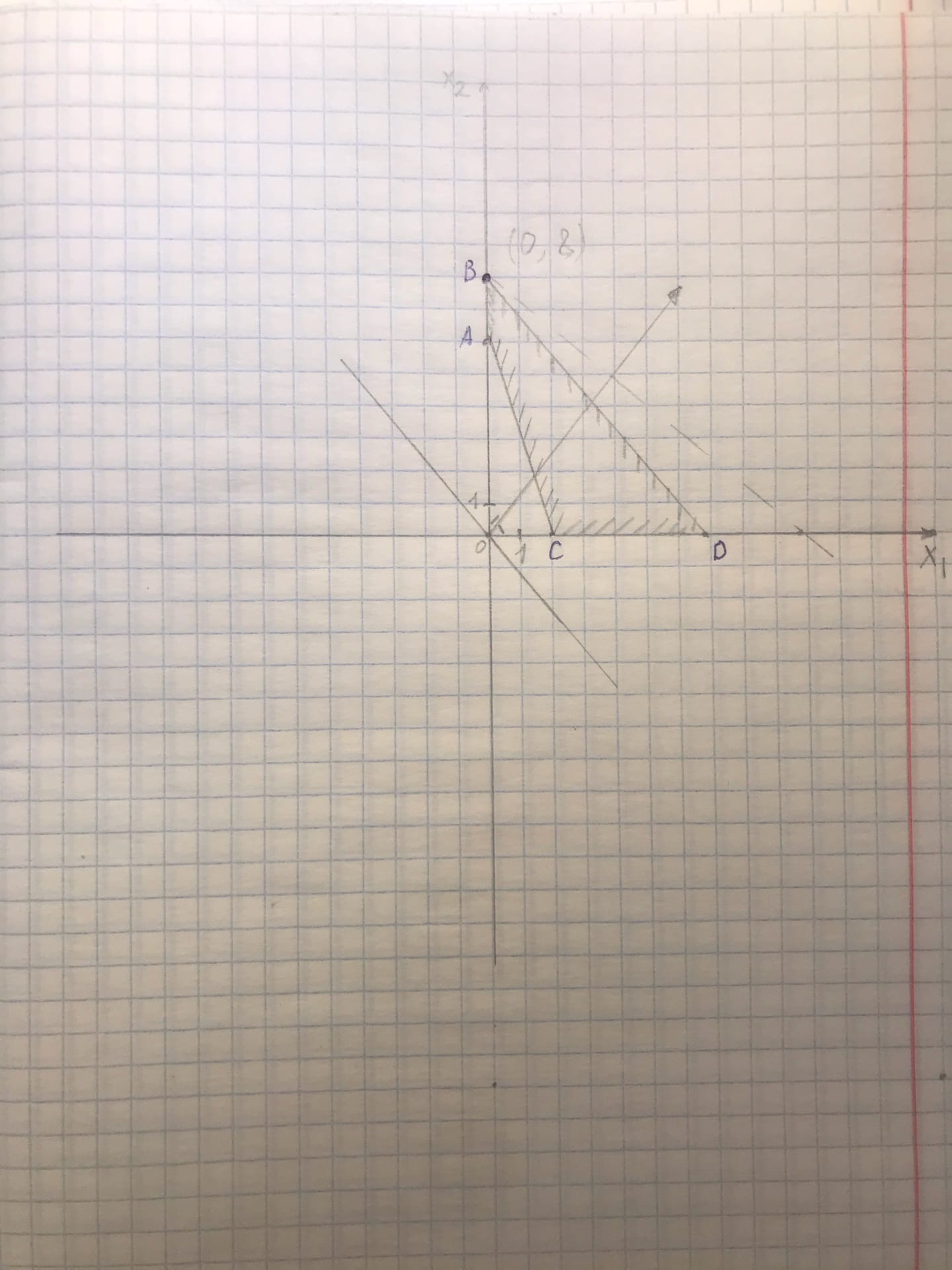


Рис. 1 – Решение ЦЛП графическим методом

Из рисунка видно, что Z (целевая функция) принимает максимальное значение в точке B. Так как точка B получена в результате пересечения прямых (1) и (4), то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:  
8-7=56  
=0  
Решив систему уравнений, получим:  = 0,  = 8  
Откуда найдем максимальное значение целевой функции:  
z() = 14\*0 + 17\*8 = 136

Ответ: , z() = 136.

## Метод ветвей и границ

Решим ту же задачу, что и в первом методе, но сняв ограничения на целочисленность ответа:

Z = 14x1 + 17x2

*(1)*

*(2)*

*(3)*

По непонятным мне причинам, в решении моей цлп принимаются изначально **УЖЕ целые** значения корней и смысла в решении методом ветвей и границ нет, если у меня изначально ответ получается из целочисленных корней.

* 1. Дерево возможных решений и ответ

Здесь могло быть дерево.

Рис. 11 – Дерево возможных решений

Ответ: , z(x\*) = 136.

## Метод Excel

Решение в программе Excel производилось с помощью операции «Поиск решения». Результат данной операции:

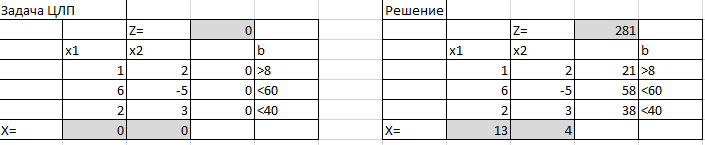


Рис. 11 – Решение с помощью программы Excel

Ответ в программе Excel: x\* = . z(x\*) = 281.

## Сравнение ответов

Ответ графическим методом: x\* = . z(x\*) = 281.

Ответ методом ветвей и границ: x\* = . z(x\*) = 281.

Ответ в программе Excel: x\* = . z(x\*) = 281.

Ответы всех трёх способов решения совпадают. Задача целочисленного линейного программирования была решена верно.

# **Задача теории антагонистических игр**

## Исходные данные

## Чистая стратегия

Таблица 1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |
| A1 | 12 | 11 | 10 | 10 |
| A2 | 11 | 8 | 10 | 8 |
| A3 | 7 | 12 | 9 | 7 |
|  | 12 | 12 | 10 |  |

Рассчитаем нижнюю цену игры: .

Рассчитаем верхнюю цену игры:

Из рассчитанных видно, что , а это значит, что существует седловая точка, а цена игры = 10.

## Графический метод

Решим поставленную задачу графическим методом.

Стратегия “A1” доминирует над стратегией “ A2” (все элементы строки 1 больше или равны значениям 2-ой строки), следовательно, исключаем 2-ую строку матрицы. Вероятность p2 = 0.

Таблица 26

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |
| A1 | 12 | 11 | 10 |
| A3 | 7 | 12 | 9 |

Удалением стратегии А2 мы свели игру 3х3 к 2х3. Стратегия В3 доминирует над стратегией В2 (все элементы столбца 3 меньше значений столбца 2) вероятность p2 = 0.

Исключим стратегию В2 и сведем игру 2х3 к 2х2.

Таблица 16

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | B1 | B3 |
| A1 | 12 | 10 |
| A3 | 7 | 9 |

Нарисуем график для данной матрицы относительно А1 и А3:

Левый конец отрезка (точка х = 0) соответствует стратегии A1

Правый конец отрезка соответствует стратегии A2 (x = 1).

Промежуточные точки х соответствуют вероятностям некоторых смешанных стратегий S1 = (p1,p2).

Решение игры (2 x 2) проводим с позиции игрока A, придерживающегося максиминной стратегии.   
Максиминной оптимальной стратегии игрока A соответствует точка N, для которой можно записать следующую систему уравнений:  
p1 = 1  
p2 = 0  
Цена игры, v = 10  
Теперь можно найти минимаксную стратегию игрока B, записав соответствующую систему уравнений  
q1 = 0.  
q2 = 1.

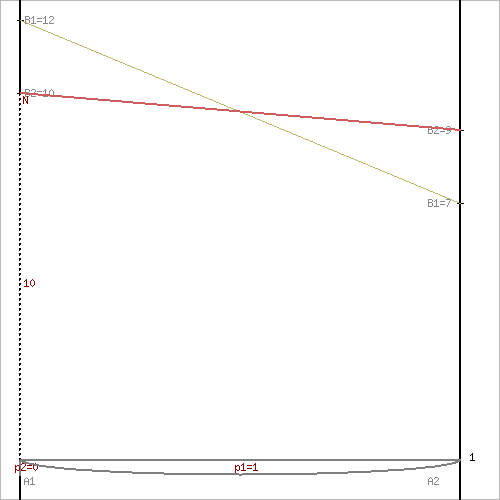


Рисунок 4 – Максиминная стратегия игрока А

Вероятность различный стратегий игрока А: S\*А = (1; 0; 0) исходя из графика графического метода. Цена игры равна: 10.

Найдем S\*В. Нарисуем график для таблицы 13 относительно В1 и В3:

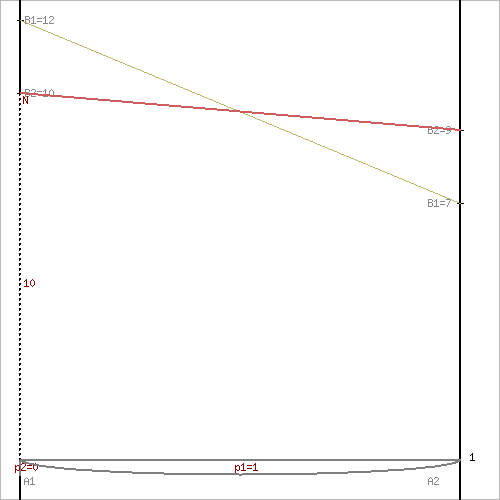


Рисунок 4 – Минимаксная стратегия игрока В

Вероятность различный стратегий игрока В: S\*В = (0; 0; 1) исходя из графика графического метода. Цена игры равна: 10.

Ответ графического метода:

S\*А = (1; 0; 0), S\*В = (0; 0; 1).

# **Сведение к задаче линейного программирования**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | B1 | B3 |
| A1 | 12 | 10 |
| A3 | 7 | 9 |

Преобразуем оставшуюся матрицу 2х2 к её использованию в симплекс методе.

## Игрок «А»

Для игрока “А” существуют ограничения:

Где рАi – вероятность использования каждой из 3-х стратегий игрока А.

Все варианты выигрыша игрока А в платежной матрице больше 0, значит цена игры больше 0. Поделим систему на цену игры, сделаем следующую замену: .

. При этом мы точно знаем, что , а значит тоже 0. Тогда:

А необходим максимальный выигрыш, а для этого ему необходимо сделать минимальной величину , следовательно:

## Игрок «В»

Если “B” будет придерживается стратегии, значит выигрыш цены игры при любой стратегии “A”

Все варианты выигрыша игрока B в платежной матрице больше 0, значит цена игры 0. Поделим систему на цену игры, сделаем следующую замену: .

. При этом мы точно знаем, что , а значит тоже 0. Тогда:

“B” необходим минимальный выигрыш, а для этого ему необходимо сделать максимальной величину , следовательно:

# **Симплекс метод**

# Решение симплекс методом для игрока “A”

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | B1 | B3 |
| A1 | 12 | 10 |
| A3 | 7 | 9 |

В симплекс методе опустим индексы «А» и «В» для х. Далее все х для игрока А:

Помножим обе стороны на -1, чтобы развернуть знаки неравенств:

Запишем в виде симплекс таблицы (дальнейшие числа в симплекс таблицах округлены до сотых, но при расчетах учитывались цифры до 10-4):

Таблица 18

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | -X2 | -X3 | 1 |
| Y1 | -12 | -7 | -1 |
| Y3 | -10 | -9 | -1 |
| Z | 1 | 1 | 0 |

Разрешающий элемент равен -12. Переходим ко второй таблице:

Таблица 18

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Y1 | -X3 | 1 |
| -X2 | 7/12 | -1/12 | 1/12 |
| Y3 | -19/6 | -5/6 | -1/6 |
| Z | -5/12 | -1/12 | 1/12 |

Разрешающий элемент равен -3,37. Переходим ко второй таблице:

Таблица 18

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Y3 | Y1 | 1 |
| -X3 | 0,26 | -0,3 | 0,03 |
| -X2 | -0,24 | 0,2 | 0,03 |
| Z | -0,02 | 0,09 | -0,07 |

Разрешающий элемент равен 0,26. Переходим ко второй таблице:

Таблица 18

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Y3 | Y1 | 1 |
| -X3 | 3,85 | -1 | 1 |
| -X2 | 1 | -0,08 | 0,07 |
| Z | 0,1 | 0,07 | -0,07 |

Симплекс метод закончен.

Выполним приведение:

Из таблицы: х2 = 0,07, х3 = 0.

pi = xi \*

Решением после приведения станет:

рА1 = 0 – из сокращения матрицы.

рА2 = 1

рА3 = 0

14

Вероятность различный стратегий игрока А: S\*А = (0; 1; 0), цена игры равна 14 исходя из решения симплекс-метода. Совпадает с графическим методом.

# Решение симплекс методом для игрока “В”:

Далее все х для игрока В:

Запишем в виде симплекс таблицы:

Таблица 22

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | -X1 | -X3 | 1 |
| Y2 | 14 | 16 | 1 |
| Y3 | 13 | 11 | 1 |
| Z | -1 | -1 | 0 |

Разрешающий элемент равен 14. Переходим ко второй таблице:

Таблица 23

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Y3 | -X3 | 1 |
| -Х1 | 0,07 | 1,14 | 0,07 |
| Y3 | -0,93 | -3,86 | 0,07 |
| Z | 0,07 | 0,14 | 0,07 |

Симплекс метод закончен.

Выполним приведение:

Из таблицы: х1 = 0,07, х3 = 0.

pi = xi \*

Решением после приведения станет:

рВ1 = 1

рВ2 = 0 – из сокращения матрицы.

рВ3 = 0

14

Вероятность различный стратегий игрока А: S\*А = (0; 1; 0), цена игры равна 14 исходя из решения симплекс-метода. Совпадает с графическим методом.

# **Вывод**

В ходе работы над РГР были получены практические навыки по решению задачи целочисленного линейного программирования и задачи теории антагонистических игр.

Задача целочисленного линейного программирования была решена тремя методами: графическим методом, методом ветвей и границ и в программной среде Excel. Решения всеми тремя методами совпали. Наиболее простым в реализации и использовании оказался метод Excel, так как опирается на заранее вписанные в программу алгоритмы. Наиболее быстрым, но наименее точным оказался графический метод, а метод ветвей и границ – точнее графического, самый долгий, но самый простой в понимании из всех трех методов.

Задача теории антагонистических игр была решена двумя способами: графически и симплекс методом. Решая задачу симплексом она была предварительно сведена к задаче ЛП. Ответы полученные каждым из способов совпали. Симплекс метод универсальнее графического, так как позволяет разрешать игры с любым количеством элементов. Самым простым оказался графический метод, так как ответ можно было найти наиболее быстро. Конкретная задача разрешилась просто обоими методами, так как имелась седловая точка.

# **Список литературы**

[1] Казанская О.В. Модели и методы оптимизации. Практикум. М: НГТУ, 2012, 204 c.